Modélisation hydrodynamique d'un procédé de filtration rotative

C. Lemaitre, C. Nouar, P. Marchal et L. Choplin

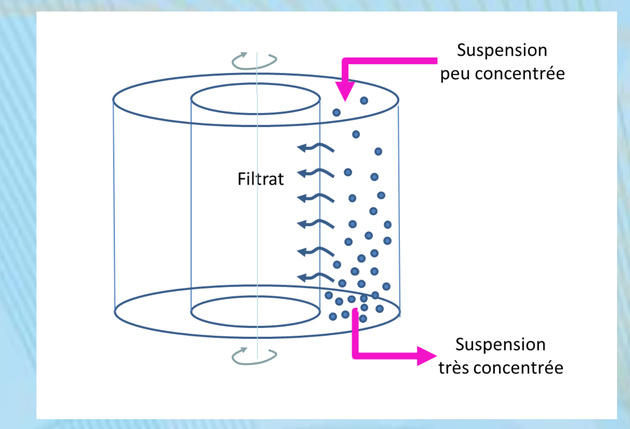
Problème étudié

Déjà utilisé dans l'industrie pour la séparation de :

-la crème de lait
-lors de fermentations
-du pétrole
-de suspensions biologiques
-du plasma sanguin
-des eaux usées

Filtres rotatifs pour le traitement des eaux usées dans la Station Spatiale Internationale, Lee & Lueptow (2001)

Géométrie



Colmatage

Accumulation de particules au cours du temps

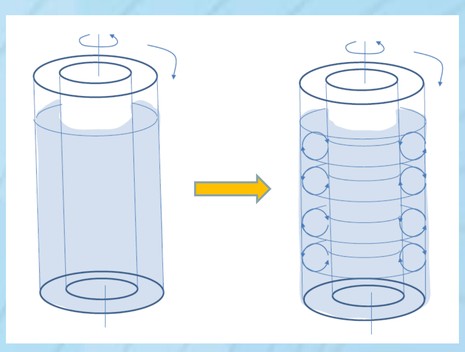
➡ Les pores se bouchent

➡ Il faut arrêter le procédé pour régénérer le filtre

Objectif : Retarder le colmatage

Ecoulement de Taylor-Couette

- Ecoulement de **Taylor-Couette**
  - écoulement entre 2 cylindres concentriques
  - cylindre intérieur tournant
  - pas d'écoulement axial ni radial
- Au dessus d'une vitesse critique, apparition de **rouleaux de Taylor**, provoqués par **une instabilité**



Rouleaux de Taylor

Ecoulement de Couette-Poiseuille-radial

Triple écoulement :

- orthoradial (Couette)
- axial (Poiseuille)
- radial (filtration)

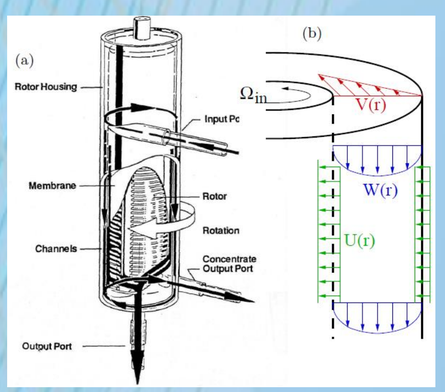


Schéma d'un filtre rotatif, Martinand (2013)

➡ **Rouleaux de Taylor modifiés**

➡ **Décollement** des particules à la paroi

Etude de stabilité linéaire pour un fluide newtonien (en cours)

- Calcul du champ de vitesse à faible vitesse de rotation (état de base)
- Légère perturbation de l'état de base

➡ Si le champs de vitesse revient à sa valeur avant perturbation, l'écoulement est stable

➡ S'il évolue vers un autre état, l'écoulement est instable

- On augmente la vitesse de rotation et on recommence le calcul

Etat de base

$$
\begin{cases}
U_b(r) = \dfrac{\mu Q_{filt}}{Kd^2 H\pi}\dfrac{1}{r} \\
V_b(r) = \dfrac{R_{int}}{\nu(1-\eta^{2+\alpha Re})}\left[\dfrac{1}{r^*} - \dfrac{r^{1+\alpha Re}}{{R_{ext}}^{2+\alpha Re}}\right] \\
W_b(r) = \dfrac{K}{\left(2-\alpha Re\right)\left({R_{int}}^{\alpha Re} - {R_{ext}}^{\alpha Re}\right)}\left[\left({R_{int}}^{2} - {R_{ext}}^{2}\right) r^{\alpha Re}\right. \\
\left. -\left({R_{int}}^{\alpha Re} - {R_{ext}}^{\alpha Re}\right) r^{2} + {R_{ext}}^{2}{R_{int}}^{\alpha Re} - {R_{int}}^{2}{R_{ext}}^{\alpha Re}\right] \\
P_b(r,z) = p_0 - \left[\dfrac{\alpha Re}{4} + \dfrac{Re R_{int}}{4\nu(1-\eta^{2+\alpha Re})}\right]\dfrac{1}{r^2} \\
\qquad \dfrac{Re\eta}{2\nu(1-\eta^{2+\alpha Re}){R_{ext}}^{1+\alpha Re}}\left[\dfrac{r^{2+2\alpha Re}}{(2+2\alpha Re){R_{ext}}^{2+\alpha Re}} - \dfrac{r^{1+\alpha Re}}{1+\alpha Re}\right] - z
\end{cases}
$$

Equations aux perturbations

$$
\begin{cases}
\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}(ru) + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial v}{\partial \theta} + \dfrac{\partial w}{\partial z} = 0 \\
\dfrac{\partial u}{\partial t} + \dfrac{dU_b}{dr}u + U_b\dfrac{\partial u}{\partial r} + \dfrac{V_b}{r}\dfrac{\partial u}{\partial \theta} - \dfrac{2V_b}{r}v + W_b\dfrac{\partial u}{\partial z} \\
= -\dfrac{2}{Re}\dfrac{\partial p}{\partial r} + \dfrac{1}{Re}\left[\dfrac{\partial}{\partial r}\left(\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}(ru)\right) + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \dfrac{2}{r^2}\dfrac{\partial v}{\partial \theta} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right] \\
\dfrac{\partial v}{\partial t} + \dfrac{dV_b}{dr}u + U_b\dfrac{\partial v}{\partial r} + \dfrac{V_b}{r}\dfrac{\partial v}{\partial \theta} + \dfrac{U_b}{r}v + \dfrac{V_b}{r}u + W_b\dfrac{\partial v}{\partial z} \\
= -\dfrac{2}{Re}\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial p}{\partial \theta} + \dfrac{1}{Re}\left[\dfrac{\partial}{\partial r}\left(\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}(rv)\right) + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \dfrac{2}{r^2}\dfrac{\partial u}{\partial \theta} + \dfrac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right] \\
\dfrac{\partial w}{\partial t} + \dfrac{dW_b}{dr}u + U_b\dfrac{\partial w}{\partial r} + \dfrac{V_b}{r}\dfrac{\partial w}{\partial \theta} + W_b\dfrac{\partial w}{\partial z} \\
= -\dfrac{2}{Re}\dfrac{\partial p}{\partial z} + \dfrac{1}{Re}\left[\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\dfrac{\partial w}{\partial r}\right) + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \dfrac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right]
\end{cases}
$$

Par la suite …

Validation

- Résolution des équations aux perturbations

  ➡ Comparaison avec les résultats de Martinand (2009)

- Simulation numérique directe par approche pseudospectrale.

  ➡ Validation avec Maretzke (2014) et Serre (2008)

Fluide non newtonien

- Fluide rhéofluidifiant et éventuellement à seuil
- Modèle de transport de particules
- Loi de comportement dépendant de la concentration en particules

Etude expérimentale

- Comparaison avec les résultats théoriques
- Application à l'industrie du papier